



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی

(دوره‌های کارشناسی ارشد)

سال ۱۳۹۳

آزمون ۱۰۰ درصد دوم

دفترچه حل تشریحی

مجموعه مهندسی کامپیوتر

کد (۱۲۷۷)

- ۱- گزینه ۴ درست است.
۲- گزینه ۴ درست است.
۳- گزینه ۴ درست است.
۴- گزینه ۲ درست است.
۵- گزینه ۲ درست است.
۱۶- گزینه ۳ درست است.
- ۶- گزینه ۱ درست است.
۷- گزینه ۴ درست است.
۸- گزینه ۳ درست است.
۹- گزینه ۴ درست است.
۱۰- گزینه ۳ درست است.
- ۱۱- گزینه ۱ درست است.
۱۲- گزینه ۴ درست است.
۱۳- گزینه ۲ درست است.
۱۴- گزینه ۲ درست است.
۱۵- گزینه ۲ درست است.

Cipher به وسیله Encryption software از readable texts تهیه می‌شود و unreadable می‌باشد. در این راستا، از الگوریتم‌هایی استفاده می‌شود که فقط توسط passphrase یا key معکوس می‌شوند، با این توضیحات گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ صحیح‌اند. گزینه ۳ اشتباه است.

- ۱۷- گزینه ۲ درست است.
با توجه به سه خط آخر پاراگراف اول، AES استاندارد جدیدتر می‌باشد که بعد از DES انتخاب شده است، لذا گزینه ۲ درست است.

۱۸- گزینه ۱ درست است.
با توجه به جمله آخر پاراگراف چهارم گزینه ۱ اشتباه است. سایر گزینه‌ها با توجه به پاراگراف سوم صحیح‌اند.

۱۹- گزینه ۱ درست است.
با توجه به خط سوم و چهارم از پاراگراف چهارم، گزینه ۱ صحیح است و گزینه‌های ۲ و ۳ اشتباه‌اند. در خصوص گزینه ۴، هر چند که احتمال این وجود دارد که فرستنده‌های اطلاعات از email استفاده کنند اما با توجه به خط دوم این پاراگراف، الزاماً در همه موارد صحیح نیست. لذا گزینه ۴ نیز اشتباه است.

۲۰- گزینه ۱ درست است.
با توجه به جمله آخر پاراگراف گزینه ۱ صحیح است. درخصوص گزینه ۳ چنین مقایسه‌ای، در متن انجام نشده است و گزینه ۲ اشتباه می‌باشد. در ابتدای پاراگراف "plethora" به معنای «ازدیاد» است. لذا گزینه چهار نیز اشتباه است و پاسخ، گزینه ۱ می‌باشد.

۲۱- گزینه ۳ درست است.
با توجه به سه خط اول، گزینه ۳ صحیح و گزینه‌های ۱ و ۲ اشتباه می‌باشند، در گزینه ۴ "which" به "vacuum tube" برمی‌گردد که کار شلیک الکترون‌ها را به عهده ندارد. لذا گزینه ۴ نیز اشتباه است.

۲۲- گزینه ۴ درست است.
با توجه به خط پنجم «این آهنرباها، الکترون‌ها را هدف‌گیری می‌کنند.» گزینه ۴ صحیح است.

۲۳- گزینه ۲ درست است.
با توجه به توضیحات انتهای پاراگراف اول، گزینه ۲ صحیح است. گزینه ۱ با این که صحیح است، ارتباطی به ایجاد رنگ‌ها و تصاویر ندارد. سه نقطه سفسر (آبی، قرمز، سبز) یک پیکسل نامیده می‌شوند. این گروه توسط شیشه مانیتور ایجاد نشده، لذا گزینه‌های ۳ و ۴ نیز اشتباه است.

۲۴- گزینه ۱ درست است.
با توجه توضیحات پاراگراف سوم گزینه ۱ صحیح است. در گزینه ۲ عبارت creates اشتباه است زیرا نور از پشت تابیده می‌شود و liquid crystal آن را محدود می‌کند. در گزینه ۳ عمل انجام شده توسط "back light" انجام می‌شود نه کریستال مایع و در گزینه ۴ همان جریان برق که کریستال مایع را فعال می‌کند، ترانزیستورها را نیز فعال می‌کند. لذا این گزینه نیز اشتباه است.

۲۵- گزینه ۳ درست است.
با توجه به جمله آخر متن که گفته «روشن شدن پیکسل‌ها به نور کلی تابیده شده (از لایه پشتی که همان کریستال مایع است) اضافه می‌شود.» نشان می‌دهد هر دو آیتم در تصویر دیده شده دخیل هستند. لذا گزینه ۳ صحیح است.

۲۶- گزینه ۴ درست است.
با توجه به جمله اول و دوم پاراگراف اول گزینه چهارم صحیح است.

۲۷- گزینه ۲ درست است.

با توجه به خطوط چهارم و پنجم از پاراگراف اول گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ درست هستند و گزینه ۲ اشتباه است.

۲۸- گزینه ۱ درست است.

با توجه به خط‌های سوم و چهارم از پاراگراف دوم، گزینه ۱ صحیح است. گزینه‌های ۲ الی ۴ با توجه به همین پاراگراف اشتباهند.

۲۹- گزینه ۴ درست است.

موضوع صحبت کل پاراگراف نسل جدید tools می‌باشد که حدود سال ۲۰۰۰ ارائه شدند. گزینه‌های ۱ و ۲ مزایای این ابزارهاست و گزینه سه به طور کلی اشتباه است.

۳۰- گزینه ۳ درست است.

با توجه به موضوع متن، گزینه ۳ صحیح‌ترین گزینه می‌باشد.

ریاضیات (ریاضیات مهندسی، آمار و احتمالات، محاسبات عددی، ساختمان‌های گسسته)

۳۱- گزینه ۲ درست است.

فرض داده شده را داخل معادله قرار می‌دهیم:

$$v_{xx} + p''(x) = f(x) + v_t$$

برای همگن بودن معادله فوق باید:

$$p''(x) = f(x) \rightarrow p'(x) = 3x^2 + c \rightarrow p(x) = x^3 + cx + k$$

$$\begin{cases} u(0, t) = 1 \rightarrow v(0, t) + p(0) = 1 \\ u(1, t) + u_x(1, t) = 2 \rightarrow v(1, t) + p(1) + v_x(1, t) + p'(1) = 2 \end{cases}$$

برای آن که شرایط مرزی روی v همگن باشد باید:

$$\begin{cases} v(0, t) = 0 \rightarrow p(0) = 1 \\ v(1, t) + v_x(1, t) = 0 \rightarrow p(1) + p'(1) = 2 \end{cases}$$

از اینجا نتیجه می‌شود:

$$\left. \begin{aligned} p(0) = 1 &\rightarrow k = 1 \\ p(1) + p'(1) = 2 &\rightarrow 1 + c + k + 3 + c = 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

یعنی داریم:

$$p(x) = x^3 - \frac{3}{2}x + 1$$

۳۲- گزینه ۳ درست است.

با فرض $z = e^{i\theta}$ داریم:

$$I = \int_{|z|=1} \frac{\frac{dz}{iz}}{\left(\frac{z+1}{2} \right)^2} = \int_{|z|=1} \frac{\frac{dz}{iz}}{\frac{1}{4} \left(z^2 + 2 + \frac{1}{z^2} \right)} = \frac{4}{i} \int_{|z|=1} \frac{zdz}{z^4 + 2z^2 + 1} = \frac{4}{i} \int_{|z|=1} \frac{zdz}{(z^2 + 1)^2}$$

۳۳- گزینه ۲ درست است.

سه گزینه اول دارای ساختار کلی $w = \frac{z+1}{z+a}$ می‌باشند با این نگاهت داریم:

$$w = \frac{z+1}{(z+1)+(a-1)} \rightarrow w(z+1) + w(a-1) = z+1 \rightarrow (z+1)(w-1) = -w(a-1) \rightarrow z+1 = \frac{-w(a-1)}{w-1}$$

تبدیل یافته $|z+1|=1$ چنین می شود:

$$\left| \frac{w(a-1)}{w-1} \right| = 1 \rightarrow |(a-1)w| = |w-1|$$

اگر $a=2$ نباشد شکل حاصله یک دایره است و اگر $a=2$ باشد شکل حاصله $|w|=|w-1|$ است که عمود منصف پاره خطی با دو سر $w_1=0, w_2=1$ می باشد (یعنی خط $u = \operatorname{Re} w = \frac{1}{2}$).

۳۴- گزینه ۳ درست است.

$$f(z) = \frac{-2z+3}{z^2-3z+2} = \frac{-2z+3}{(z-1)(z-2)} = \frac{-1}{z-1} + \frac{-1}{z-2}$$

برای $|z| > 2$ داریم:

$$\left| \frac{1}{z} \right| < \frac{1}{2}, \quad \left| \frac{2}{z} \right| < 1$$

لذا می توان نوشت:

$$\frac{-1}{z-1} = \frac{-1}{z} \frac{1}{1-\frac{1}{z}} = \frac{-1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z} \right)^n$$

$$\frac{-1}{z-2} = \frac{-1}{z} \frac{1}{1-\frac{2}{z}} = \frac{-1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{z} \right)^n$$

لذا به دست می آید:

$$f(z) = - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{z^{n+1}} \right) = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n}{z^{n+1}}$$

(با شرط $|z| > 2$)

یعنی گزینه سوم صحیح است.

۳۵- گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} \beta &= P(H_1 | \text{درست} | \text{رد کردن } H_1) = P\left(X_1 + X_2 \leq \frac{1}{4} | \theta = 2\right) \\ &= \int \int \frac{1}{4} dx_1 dx_2 = \left(\frac{1}{4}\right) \int \int dx_1 dx_2 = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{32} \\ &\quad x_1 + x_2 \leq \frac{1}{4} \quad x_1 + x_2 \leq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۳۶- گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} p\left[x \in c | p = \frac{1}{4}\right] &= p\left[x = 0 | p = \frac{1}{4}\right] + p\left[x = 1 | p = \frac{1}{4}\right]; c = \{0, 1\}, x \sim B(4, p) \\ &= \binom{4}{0} \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \binom{4}{1} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 3 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \\ &= 1 - B = 1 - \frac{34}{84} = \frac{50}{84} \end{aligned}$$

۳۷- گزینه ۴ درست است.

یادآوری: هرگاه توزیع تعداد اتفاقات در واحد زمان پواسون با پارامتر λ باشد، توزیع زمان بین دو اتفاق متوالی نمایی با همان پارامتر λ متوسط مشتری در یک دقیقه $\lambda = 4$ خواهد بود.

($\lambda = 4$) نمایی زمان بین دو اتفاق متوالی: x

$$P(x > 2) = \int_2^{\infty} f(x) dx = \int_2^{\infty} 4e^{-4x} dx = \left[-e^{-4x}\right]_2^{\infty} = e^{-8}$$

۳۸- گزینه ۳ درست است.

یادآوری: توزیع تعداد تکرار آزمایش برنولی (پیروزی/ شکست) برای رسیدن به اولین موفقیت هندسی است.

$$P(x) = pq^{x-1} \quad ; \quad x = 1, 2, \dots, \infty$$

در این سؤال نیز موفقیت آمدن ۶ در پرتاب تاس است که احتمال آن $P = \frac{1}{6}$ است.

$$X: 6 \sim \text{Ge} \left(p = \frac{1}{6} \right)$$

$$P(x \geq 3) = 1 - P(x < 3) = 1 - P(x=1) - P(x=2) = 1 - p - qp = 1 - \frac{1}{6} - \frac{5}{36} = \frac{25}{36}$$

۳۹- گزینه ۳ درست است.

هرگاه $|A|, |a|, |B|, |b| < \frac{1}{4}$ باشند داریم:

$$|AB - ab| \leq |AB| + |ab| = |A||B| + |a||b| < \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

۴۰- گزینه ۳ درست است.

$$f(x_0 + h) = f_0 + hf'_0 + \frac{h^2}{2!} f''_0 + \frac{h^3}{3!} f'''_0 + \dots \quad (1)$$

$$f(x_0 - h) = f_0 - hf'_0 + \frac{h^2}{2!} f''_0 - \frac{h^3}{3!} f'''_0 + \dots \quad (2)$$

$$f(x_0 + 2h) = f_0 + 2hf'_0 + 2h^2 f''_0 + \frac{4h^3}{3} f'''_0 + \dots \quad (3)$$

$$f(x_0 - 2h) = f_0 - 2hf'_0 + 2h^2 f''_0 - \frac{4h^3}{3} f'''_0 + \dots \quad (4)$$

از تفاضل روابط (۳) و (۴) خواهیم داشت:

$$f(x_0 + 2h) - f(x_0 - 2h) = 4hf'_0 + \frac{8h^3}{3} f'''_0 + \dots \quad (5)$$

اگر از جملات با توان h^3 و به بعد صرف نظر کنیم، خواهیم داشت:

$$f'_0 = \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - 2h)}{4h} - \frac{2}{3} h^2 f'''_0 - \dots$$

حال اگر از جملات با توان h^2 و به بعد صرف نظر کنیم و مرتبه خطای کلی $O(h^2)$ به دست می‌آید سپس:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - 2h)}{4h} \begin{cases} O(h^3): \text{مرتبه خطای محلی} \\ O(h^2): \text{مرتبه خطای کلی} \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} \begin{cases} O(h^2): \text{مرتبه خطای محلی} \\ O(h^2): \text{مرتبه خطای کلی} \end{cases}$$

۴۱- گزینه ۲ درست است.

اگر رابطه بازگشتی را به صورت $x_{k+1} = g(x_k)$ بنویسیم در این صورت شرط همگرایی به صورت $|g'(x)| < 1$ نوشته می‌شود. در نتیجه:

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{2f'(x)} \rightarrow g'(x) = 1 - \frac{2(f')^2 - 2ff''}{4(f')^2}$$



$$g'(x) = \frac{2(f')^2 + 2ff''}{4(f')^2}$$

$$|g'(x)| < 1 \rightarrow -1 < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{ff''}{(f')^2} < 1 \Rightarrow -3 < \frac{ff''}{(f')^2} < 1$$

۴۲- گزینه ۱ درست است.

$$\sum_{i=1}^n d_i = 2m, \quad \sum_{i=1}^n \binom{d_i}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i(d_i-1)}{2} = \dots = \frac{1}{2n}(2m)^2 - \frac{1}{2}(2m) = m \left(\frac{2m}{n} - 1 \right)$$

عبارت I صحیح است.

عبارت II صحیح است کافی است بلندترین مسیر را در G در نظر گرفته و به همسایه‌های راس انتهایی مسیر توجه کنیم.

عبارت III غلط است.

عبارت IV صحیح است.

۴۳- گزینه ۲ درست است.

ساختار جایگشت به صورت زیر است:

$$1 = a_1 < \dots < a_i > a_{i+1} > \dots > a_j < a_{j+1} < \dots < a_{10} = 10$$

فرض کنید $a_i = x$ و $a_j = y$ در این صورت $x > y$ ، x تنها عددی است که از دو عدد مجاور خود بزرگ‌تر و y تنها عددی است که از دو عدد مجاور خود کوچک‌تر است. برای سادگی x را قله و y را دره جایگشت می‌نامیم. اعداد x و y ، جایگشت را به سه قسمت تقسیم کرده‌اند. اعداد کوچک‌تر از y فقط در ناحیه اول می‌آیند. اعداد بزرگ‌تر از x فقط در ناحیه سوم می‌آیند و اعداد بین x و y در هر سه ناحیه می‌توانند بیایند. بنابراین تعداد جایگشت‌هایی که قله آن‌ها برابر x و دره آن‌ها برابر y باشد برابر 3^{x-y-1} است. حال برای مقادیر مختلف x و y که $2 \leq y < x \leq 9$ مجموع اعداد 3^{x-y-1} جواب مسئله است بنابراین جواب آخر این سوال برابر با:

$$3^6 + 2 \times 3^5 + 3 \times 3^4 + 4 \times 3^3 + 5 \times 3^2 + 6 \times 3 + 7 = 1636$$

۴۴- گزینه ۴ درست است.

این مسئله معادل تقسیم $2n$ نفر به دسته‌های دونفری است. واضح است که $t_1 = 1$ برای این که رابطه‌ای بازگشتی برای t_n بدست آوریم فرض می‌کنیم $2n$ نفر داریم. دو نفر آن‌ها را به نام‌های A و B کنار می‌گذاریم. با $2n-2$ نفر به تعداد t_{n-1} جفت می‌توان درست کرد. از دو نفر کنار گذاشته شده نیز یک دسته دونفری می‌سازیم. تاکنون t_{n-1} دسته دو نفری از $2n$ ساخته‌ایم. دسته‌های متمایز دیگر را به طریق زیر می‌سازیم. یک دسته از $(n-1)$ دسته دونفری انتخاب می‌کنیم. یک نفر از این دسته برداشته A (یا B) را به جای آن قرار می‌دهیم و با این یک نفر و B (یا A) یک دسته دو نفری می‌سازیم. به این ترتیب، دو نوع متفاوت از n دسته دو نفری جدید از $2n$ نفر به دست می‌آوریم. چون $(n-1)$ دسته دو نفری داریم پس $2(n-1)$ دسته دو نفری جدید از $2n$ نفر حاصل می‌شود بنابراین:

$$t_n = t_{n-1} + 2(n-1)t_{n-1} = (2n-1)t_{n-1}$$

۴۵- گزینه ۳ درست است.

۹ انتخاب برای فردی که قرار است غذای مورد سفارش خود را دریافت کند وجود دارد. مثلاً فرض کنید این فرد گوشت سفارش داده باشد. سه حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: دو غذای گوشت باقی‌مانده به دو نفری برسد که مرغ سفارش داده‌اند. تعداد راه‌های توزیع ۸ غذای باقی‌مانده در این حالت

$$\binom{3}{2} \text{ است. زیرا چنانچه این دو نفر را مشخص کنیم بقیه غذاها به طور یکتا بین افراد تقسیم می‌شود.}$$

حالت دوم: دو غذای گوشت باقی‌مانده به دو نفری برسد که یکی مرغ و دیگری ماهی سفارش داده‌اند. تعداد راه‌های توزیع ۸ غذای

$$\text{باقی‌مانده برابر } 2 \times \binom{3}{1} \binom{3}{1} \text{ است. عدد ۲ به خاطر آن است که یکی از دو نفری که گوشت سفارش داده‌اند باید مرغ بگیرد و دیگری باید}$$

ماهی بگیرد.

حالت سوم: دو غذای باقی‌مانده به دو نفری برسد که ماهی سفارش داده‌اند. تعداد راه‌های توزیع ۸ غذای باقی‌مانده در این حالت برابر

$$\binom{3}{2} \text{ است.}$$



بنابراین تعداد کل راهها برابر با ۲۱۶ است.

۴۶- گزینه ۳ درست است.

عبارت I غلط. $\sup(D)$ وجود ندارد. برعکس فرض کنید $\sup(D) = x$ باشد. از آنجاکه $\sqrt[3]{15}$ یک عدد گنگ است. از این رو $x > \sqrt[3]{15}$. با وجود این عدد گویایی مانند y وجود دارد به طوری که $\sqrt[3]{15} < y < x$ بنابراین، y نیز یک کران بالای D است. این مطلب، با این فرض که $x = \sup(D)$ ، در تناقض است. از سوی دیگر، $\inf(D)$ وجود دارد به ویژه این که، $\inf(D) = 2$.

عبارت II صحیح است. فرض کنید $f: A \rightarrow B$ ، $g: A \rightarrow B$ دو نگاشت مشابهت و $f \neq g$ باشد آن گاه عضوی مانند $x \in A$ وجود دارد به طوری که $f(x) \neq g(x)$ ، در نتیجه $f(x) < g(x)$ یا $g(x) < f(x)$ ، مثلاً $f(x) < g(x)$ ، از آنجا که $g: A \rightarrow B$ یک نگاشت مشابهت است، $g^{-1}: B \rightarrow A$ یعنی حاصل ضرب دو نگاشت مشابهت، یک نگاشت مشابهت است اما:

از $f(x) < g(x)$ نتیجه می شود $(g^{-1} \circ f)(x) < (g^{-1} \circ g)(x) = x$ داریم $(g^{-1} \circ f)(x) < x$ یک نگاشت مشابهت است و $(g^{-1} \circ f)(x) < x$ این واقعیتها، این قضیه که اگر A یک مجموعه خوش ترتیب و B زیر مجموعه A باشد و تابع $f: A \rightarrow B$ نگاشت مشابهت از A به B باشد، آنگاه برای هر a در A ، داریم $a \leq f(a)$ ، را نقض می کند از این رو این فرض که $f \neq g$ است منتهی به یک تناقض می شود بنابراین، تنها می تواند یک نگاشت مشابهت از A به B وجود داشته باشد.

عبارت III صحیح است.

عبارت IV صحیح است.

p	q	$p \wedge q$	$p \downarrow p$	$q \downarrow q$	$(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	F

دروس تخصصی مشترک (ساختمان داده ها، نظریه زبان ها و ماشین ها، مدار منطقی، معماری کامپیوتر، سیستم عامل)

۴۷- گزینه ۱ درست است.

برای k لیست یک درخت می سازیم به گونه ای که برگ های درخت کوچک ترین عناصر k لیست باشند و گره های میانی، حاوی مینیم دو فرزندش باشد، واضح است که ریشه کوچک ترین عنصر در میان k لیست خواهد بود. حذف ریشه باید به گونه ای باشد که ساختار درخت حفظ شود، به همین منظور مسیر ریشه تا برگ در لیست i ام پیموده شده و عنصر بعدی در لیست i ام با همسایه اش در لیست $i+1$ ام یا $i-1$ ام مقایسه می شود و درخت تا ریشه بازسازی می گردد. بنابراین هزینه حذف یک گره $\lg k$ خواهد بود و از آن جا که در مجموع n کلید در k لیست موجود است، هزینه نهایی $\Omega(n \lg k)$ خواهد بود.

به عبارت بهتر درخت تصمیم این مسئله حداکثر دارای $\frac{n!}{(\frac{n}{k})^k}$ برگ است. بنابراین زمان حل مسئله $\Omega \left(\lg \frac{n!}{(\frac{n}{k})^k} \right)$ است:

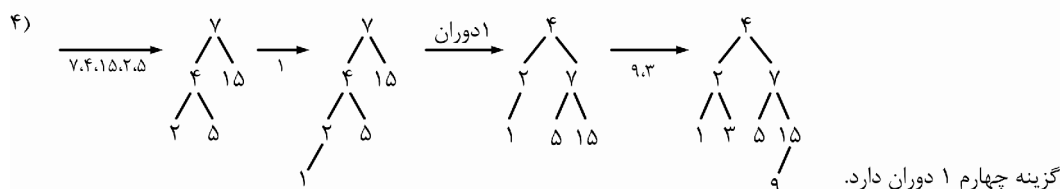
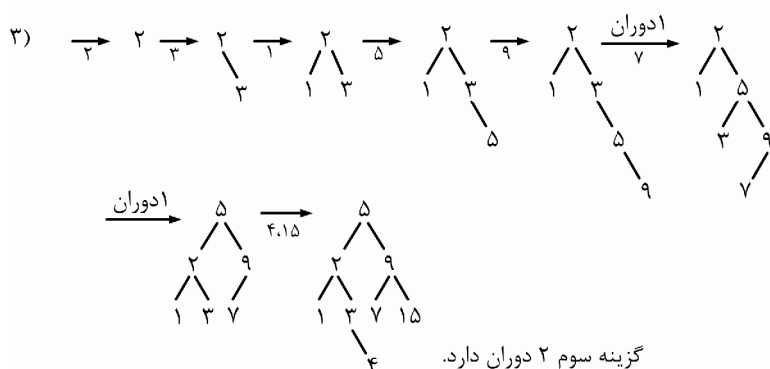
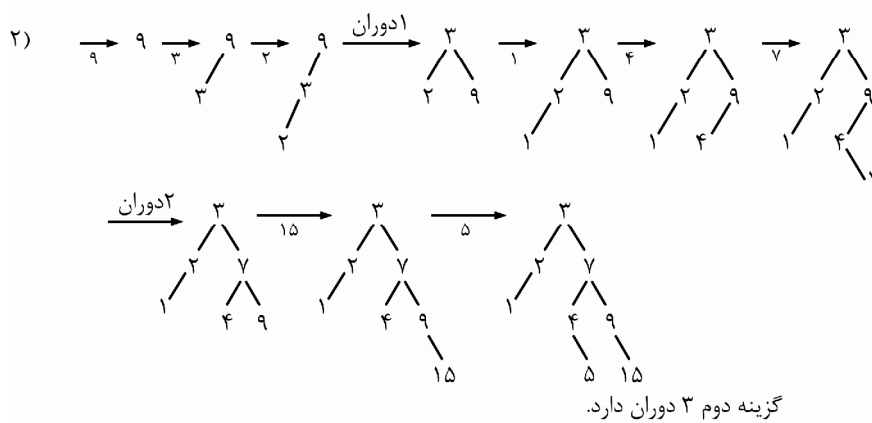
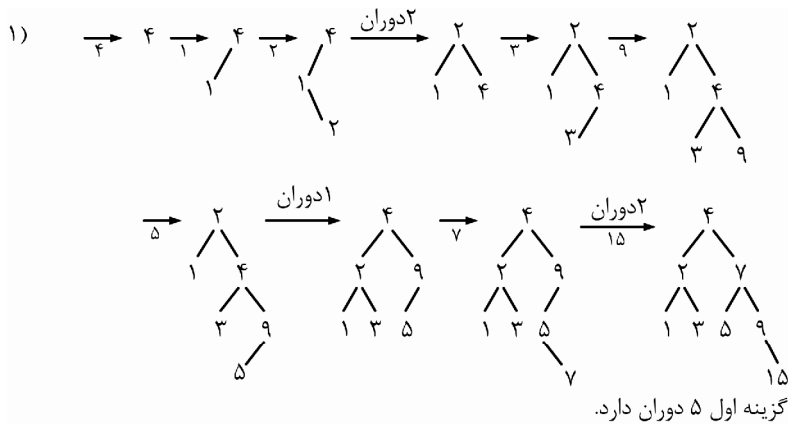
$$\Omega \left(\lg \frac{n!}{(\frac{n}{k})^k} \right) = \Omega \left(n \lg n - k \left(\frac{n}{k} \right) \lg \left(\frac{n}{k} \right) \right) = \Omega(n \lg n - n \lg n + n \lg k) = \Omega(n \lg k)$$

ب: در این الگوریتم ارائه شده لیست اول و دوم با حداکثر $1 - \frac{n}{k} + \frac{n}{k}$ مقایسه ادغام می شوند یعنی $\frac{2n}{k}$ مقایسه. ادغام لیست حاصل با

لیست ۳ دارای هزینه حداکثری $\frac{2n}{k} + \frac{2n}{k} = \frac{4n}{k}$ خواهد بود. بنابراین برای ادغام k لیست داریم:

$$\frac{2n}{k} + \frac{2n}{k} + \dots + \frac{kn}{k} = \frac{n}{k} (2 + 2 + \dots + k) = \frac{n}{k} \left(\frac{k(k+1)}{2} - 1 \right) = O(nk)$$

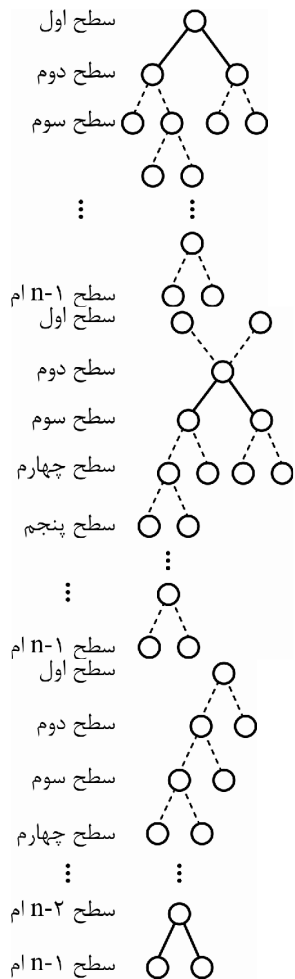
۴۸- گزینه ۱ درست است.



۴۹- گزینه ۲ درست است.

یک درخت با $n-1$ گره و ارتفاع $n-1$ را در نظر بگیرید. حال یک گره باقی مانده را باید به گونه‌ای درج کنیم تا ارتفاع همان $n-1$ باقی بماند.

اگر گره باقی مانده در سطح دوم باشد، گره بعدی در سطح سوم ۴ انتخاب ممکن دارد و هرکدام از گره‌های بعدی در سطوح چهارم، پنجم تا $n-1$ ام که مجموعاً $n-4$ سطح می‌شوند ۲ انتخاب دارند، پس تعداد این درختان برابر است با: $2^{n-4} \times 4 = 2^{n-2}$



اما اگر گره باقی مانده در سطح سوم باشد، فرزند ریشه می تواند فرزند چپ یا راست والد خود (ریشه) باشد، یعنی ۲ حالت؛ گره سطح چهارم ۴ انتخاب دارد و برای هر کدام از گره های بعدی در $n-5$ سطح باقی مانده ۲ انتخاب داریم. پس تعداد این درختان برابر است با: $2^{n-2} = 2 \times 4 \times 2^{(n-5)}$

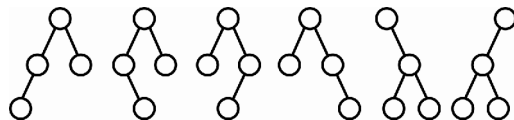
درواقع از سطح دوم تا سطح $n-2$ ام اگر گره باقی مانده قرار گیرد، تعداد درختان 2^{n-2} خواهد بود.

اما اگر گره باقی مانده در سطح $n-1$ ام باشد، دیگر انتخاب ۴ تایی نخواهیم داشت و تعداد درختان برابر است با $n-3$ انتخاب ۲ تایی، یعنی 2^{n-3} .

اکنون با جمع تمامی این درختان خواهیم داشت:

$$((n-2)-2+1)2^{n-2} + 2^{n-3} = (n-3)2^{n-2} + 2^{n-3} = (2n-6)2^{n-3} + 2^{n-3} = (2n-5)2^{n-3}$$

راه حل دیگر: با جایگذاری برای n های مختلف می باشد.



اگر $n=4$ ارتفاع درخت باید ۳ باشد، تعداد این درختان ۶ می باشد:

$$(3 \times 4 - 9)2^{4-3} = (12 - 9) \times 2^1 = 6$$

✓ گزینه ۱:

$$(2 \times 4 - 5)2^{4-3} = (8 - 5) \times 2^1 = 6$$

✓ گزینه ۲:

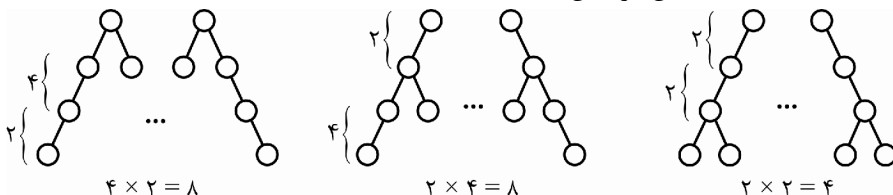
$$(2 \times 4 + 10)2^{4-5} = (8 + 10) \times 2^{-1} = 9$$

✗ گزینه ۳:

$$(4-1)2^{4-3} = 3 \times 2^1 = 6$$

✓ گزینه ۴:

اگر $n=5$ ارتفاع درخت باید ۴ باشد، تعداد این درختان ۲۰ است:



$$(3 \times 5 - 9)2^{5-3} = (15 - 9)2^2 = 24$$

✗ گزینه ۱:

$$(2 \times 5 - 5)2^{5-3} = (10 - 5)2^2 = 20$$

✓ گزینه ۲:

$$(2 \times 5 + 10)2^{5-5} = (10 + 10)2^0 = 20$$

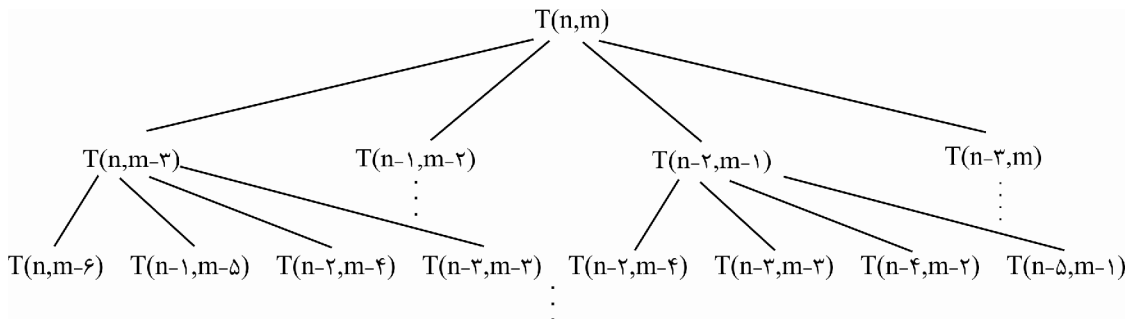
✓ گزینه ۳:

× گزینه ۴:

$$(5-1)2^{5-2} = 4 \times 2^2 = 16$$

گزینه مشترک در میان این دو مثال با جایگذاری، گزینه ۲ است.

۵۰- گزینه ۴ درست است.



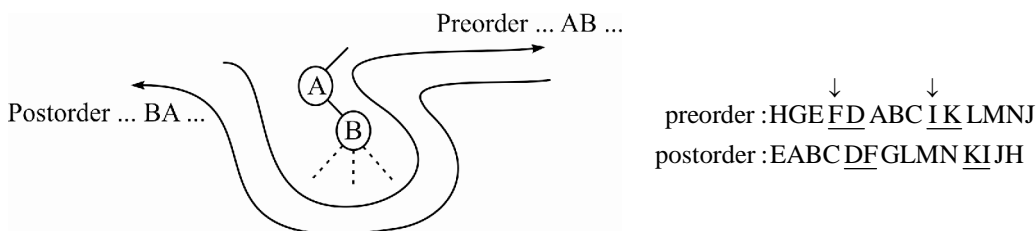
همانطور که ملاحظه می شود مجموع آرگومان های هر گره در یک سطح با یکدیگر برابرند: در سطح صفر برابر با $n + m$ ، در سطح اول برابر با $n + m - 3$ ، در سطح دوم برابر $n + m - 6$ و ...

بنابراین گزینه ای می تواند گره های موجود در یک سطح را نشان دهد که مجموع آرگومان های گره های با یکدیگر برابر باشند. تنها گزینه چهارم است که مجموع آرگومان هایش برابر با یک عدد ثابت می شود:

$$90 + 118 = 54 + 154 = 148 + 60 = 208$$

۵۱- گزینه ۴ درست است.

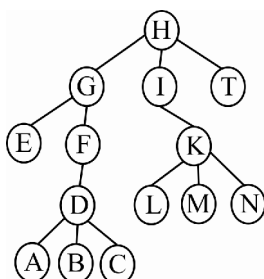
ابتدا باید به این نکته توجه کرد که پیمایش یک گره تک فرزندی در دو پیمایش preorder و postorder برای هر درختی (دودویی، سه تایی، چهار تایی و ...) به گونه ای است که اگر با فرزندش در یک پیمایش به صورت AB ظاهر شود، در دیگری به صورت BA ظاهر خواهد شد.



پس بدین ترتیب گره های I و F تک فرزندی هستند و ۲ گره تک فرزندی داریم: $n_1 = 2$

$$\begin{aligned} (1) \quad n &= n_0 + n_1 + n_2 + n_3 \\ (2) \quad n_0 &= 2n_3 + n_2 + 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 14 = 1 + 2 + n_2 + n_3 \\ 14 = 2n_3 + n_2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_2 + n_3 = 4 \\ n_2 + 2n_3 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_2 = 1; n_3 = 3 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.



در ادامه شکل این درخت را مشاهده می کنیم:

۵۲- گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} fT(n) &= T(fn) - \frac{n}{f} \lg n - \frac{n}{f} \\ \Rightarrow T(fn) &= fT(n) + \frac{n}{f} \lg n + \frac{n}{f} \quad fn = k \Rightarrow n = \frac{k}{f} \\ \Rightarrow T(k) &= fT\left(\frac{k}{f}\right) + \frac{k}{f^2} \lg \frac{k}{f} + \frac{k}{f^2} \end{aligned}$$

$$\frac{k}{16} \lg \frac{k}{4} + \frac{k}{8} = \frac{k}{16} \left(\lg k - \lg 4 + \frac{k}{8} \right) = \frac{k}{16} \lg k - \frac{k}{8} + \frac{k}{8} = \frac{k}{16} \lg k$$

بنابراین:

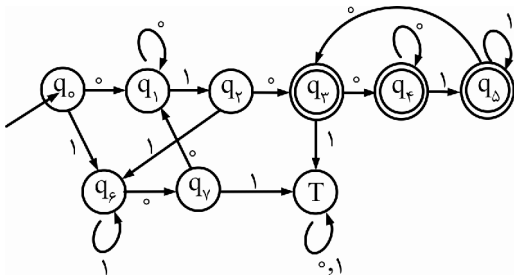
$$\Rightarrow T(k) = 4T\left(\frac{k}{4}\right) + \frac{k}{16} \lg k$$

$$\Rightarrow T(k) = \theta(k \lg^2 k) \quad \text{با استفاده از قضیه اساسی تعمیم یافته}$$

$$\stackrel{k=4n}{\Rightarrow} T(n) = O(n \lg^2 n)$$

۵۳- گزینه ۳ درست است.

ماشین موردنظر به صورت زیر خواهد بود.



پس با احتساب حالت تله، ۹ حالت داریم که ۳ حالت نهایی هستند.

۵۴- گزینه ۴ درست است.

زبان ماشین مجموعه تمامی رشته‌های روی الفبای $\{0,1\}$ است که به ۰۱ یا ۰۰ ختم می‌شوند. پس هر دو عبارت ۲ و ۳ را شامل می‌شود.

۵۵- گزینه ۳ درست است.

گزاره الف طبق خواص بستاری زبان‌های منظم صحیح است. گزاره ب هم صحیح است. زیرا اگر L^R منظم باشد آن‌گاه با توجه به بسته بودن زبان‌های منظم تحت این عمل، L هم باید منظم باشد. گزاره‌های ج و د غلط هستند. به عنوان مثال‌های نقض، زبان‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$\left. \begin{array}{l} L_1 = a^n b^n \text{ غیرمنظم} \\ L_2 = \bar{L}_1 \text{ غیرمنظم} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} L_1 \cup L_2 = \Sigma^* \rightarrow \text{منظم} \\ L_1 \cap L_2 = \emptyset \rightarrow \text{منظم} \end{cases}$$

۵۶- گزینه ۳ درست است.

در این گرامر ابتدا یک a در ابتدای رشته (پس از غیرپایانه B که نقش blank را در ابتدای نوار بازی می‌کند) قرار می‌گیرد. سپس تعداد دلخواهی R و P در ادامه اضافه خواهد شد. هر R با دیدن a های سمت چپش دو عدد a به سمت راست اضافه می‌کند. سپس وقتی R ها به ابتدای رشته رسیدند، از بین می‌روند. $(BR \rightarrow B)$ از طرفی کوچک‌ترین رشته زبان به صورت $a \rightarrow BaP \rightarrow S$ تولید می‌شود.

۵۷- گزینه ۲ درست است.

برای یافتن اشتراک دو زبان وابسته به متن می‌توان یک ماشین با دو نوار را در نظر گرفت که اولی طبق زبان اول و دومی طبق زبان دوم عمل می‌کند. سپس در صورتی که با پیمایش رشته هر دو در حالت نهایی باشند، آن‌گاه پذیرش انجام می‌شود.

۵۸- گزینه ۲ درست است.

$$F(a, b, c) = \overline{c(a \oplus b)} \cdot (c \oplus b) + (\overline{c} \cdot a \oplus b \cdot c) + c \cdot \overline{(a \oplus b)} \cdot 1 + c \cdot (a \oplus b) \cdot a$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{c}(ab + \bar{a}\bar{b})(c\bar{b} + \bar{c}b) + c(\bar{a}\bar{b} + ab) + ac(\bar{a}b + a\bar{b}) \\
 &= (\bar{a}\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c})(c\bar{b} + \bar{c}b) + \bar{a}\bar{b}c + abc + a\bar{b}c \\
 &= ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + abc + a\bar{b}c \\
 &= \sum m(6, 1, 7, 5)
 \end{aligned}$$

۵۹- گزینه ۴ درست است.

تابع مورد نظر را در جدول کارنوی زیر مشاهده می‌کنید. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای این که هیچ مخاطره‌ای در طراحی این تابع نداشته باشیم، باید چهار دسته‌بندی مشخص شده را در پیاده‌سازی قرار دهیم:

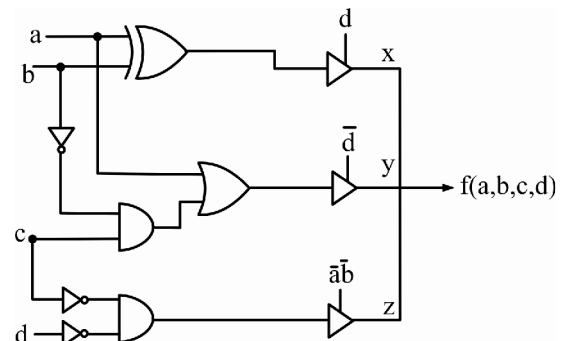
ab \ cd	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11			1	1
10		1	1	

$$F(a, b, c, d) = \bar{a}b + bc + acd + a\bar{b}d$$

۶۰- گزینه ۳ درست است.

جدول کارنوی این مدار را به صورت زیر است.

m#	a	b	c	d	x	y	z
۰	۰	۰	۰	۰	-	۰	۱
۱	۰	۰	۰	۱	۰	-	۰
۲	۰	۰	۱	۰	-	۱	۰
۳	۰	۰	۱	۱	۰	-	۰
۴	۰	۱	۰	۰	-	۰	-
۵	۰	۱	۰	۱	۱	-	-
۶	۰	۱	۱	۰	-	۰	-
۷	۰	۱	۱	۱	۱	-	-
۸	۱	۰	۰	۰	-	۱	-
۹	۱	۰	۰	۱	۱	-	-
۱۰	۱	۰	۱	۰	-	۱	-
۱۱	۱	۰	۱	۱	۱	-	-
۱۲	۱	۱	۰	۰	-	۱	-
۱۳	۱	۱	۰	۱	۰	-	-
۱۴	۱	۱	۱	۰	-	۱	-
۱۵	۱	۱	۱	۱	۰	-	-



همان‌طور که مشاهده می‌شود برای مین ترم‌های شماره (۵, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴) خروجی یک را داریم ولی برای مین ترم‌های شماره ۰ و ۲ به صورت همزمان هم صفر و هم یک را روی خروجی خواهیم داشت. پس $f(a, b, c, d) = \sum m(5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14) + d(0, 2)$ است.

۶۱- گزینه ۴ درست است.

در این مدار روابط زیر را برای ورودی فلیپ فلاپ‌ها داریم:

$$D_A = C \oplus B$$

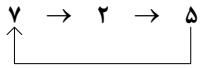
$$J_B = A$$

$$K_B = \bar{A}$$

$$T_C = B$$

A	B	C	D _A	J _B	K _B	T _C	A'	B'	C'
۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰
۰	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱

پس روال شمارشی مدار به صورت زیر است:



۶۲- گزینه ۲ درست است.

در این مدار فلیپ فلاپها طبق روابط زیر تحریک می شوند:

$$D_A = C \oplus B$$

$$T_B = A \oplus 1 = \bar{A}$$

$$J_C = B$$

$$K_C = \bar{A}$$

پس روال شمارش مدار به صورت زیر است:

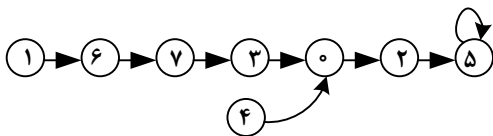
A	B	C	D _A	T _B	J _C	K _C	A'	B'	C'
۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰
۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۱

پس روال شمارشی مدار به صورت $\uparrow \rightarrow ۲ \rightarrow ۵ \rightarrow ۰$ خواهد بود. با بررسی حالات شروع مختلف (غیر از حالات فوق) مدار، خواهیم

دید که روال شمارشی همواره همین صورت است و با شروع از حالت‌های غیر این حالت‌ها، به این روال خواهد رسید.

A	B	C	D _A	T _B	J _C	K _C	A'	B'	C'
۰	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۰
۰	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱

پس روال کامل شمارش مدار به صورت زیر است:



۶۳- گزینه ۳ درست است.

در این مدار فلیپ فلاپهای A و B به صورت سنکرون با ساعت خارجی تغییر حالت می دهند. ولی فلیپ فلاپ C با تغییر مقدار خروجی B از ۱ به صفر (\bar{B} از صفر به یک) تحریک خواهد شد.

پس با هر پالس ساعت تغییرات A و B را حساب کرده و در صورتی که فلیپ فلاپ C تحریک شود، مقدار آنرا نیز محاسبه می کنیم.

$$\bar{B} \rightarrow \bar{B}'$$

A	B	C	D _A = \bar{C}	T _B = A	A'	B'	$\bar{B} \rightarrow \bar{B}'$	(۰ → ۱)	D _C = $\bar{A}' \oplus B'$	C'	A'	B'	C'
۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱ → ۱	×	-	-	۱	۰	۰
۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱ → ۰	×	-	-	۱	۱	۰
۱	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰ → ۱	✓	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۰ → ۱	✓	۰	۰	۰	۰	۰

پس روال شمارش مدار به صورت $\uparrow \rightarrow ۴ \rightarrow ۶ \rightarrow ۷$ است.

۶۴- گزینه ۲ درست است.

بعد از ۱۶ کلاک تمامی ضرب‌های جزئی وارد ضرب کننده می‌شوند و پس از آن صفر را وارد ضرب کننده می‌کنیم. بعد از وارد کردن ۴ صفر در ضرب کننده، چهار جمع جزئی در چهار طبقه جمع کننده قرار خواهند گرفت که برابر است با:

$$C_1 = (A_1B_1 + A_5B_5 + A_9B_9 + A_{13}B_{13})$$

$$C_2 = (A_2B_2 + A_6B_6 + A_{10}B_{10} + A_{14}B_{14})$$

$$C_3 = (A_3B_3 + A_7B_7 + A_{11}B_{11} + A_{15}B_{15})$$

$$C_4 = (A_4B_4 + A_8B_8 + A_{12}B_{12} + A_{16}B_{16})$$

در کلاک ۲۱ جمع جزئی C_1 در ثبات قرار می‌گیرد.

در کلاک ۲۲، C_1 و C_2 وارد جمع کننده می‌شوند.

در کلاک ۲۳، NOP وارد جمع کننده و C_3 وارد ثبات می‌شود.

در کلاک ۲۴، C_3 و C_4 وارد جمع کننده می‌شوند.

در کلاک ۲۵، NOP وارد جمع کننده می‌شود.

در کلاک ۲۶، NOP وارد جمع کننده و حاصل $C_1 + C_2$ وارد ثبات می‌شود.

در کلاک ۲۷، NOP وارد جمع کننده می‌شود.

در کلاک ۲۸، $C_1 + C_2$ و $C_3 + C_4$ وارد جمع کننده می‌شوند.

۳ کلاک بعد حاصل $C_1 + C_2 + C_3 + C_4$ در خروجی خواهد بود.

۶۵- گزینه ۲ درست است.

$$\text{cpu time} = I * \text{CPI} * T$$

$$\text{ماشین A} \Rightarrow \text{cpu time} = I \times 2 \times 2 = 4I$$

$$\text{ماشین B} \Rightarrow \text{cpu time} = I \times 2 \times 2 / 6 = 2/3 I$$

تسریع ماشین A نسبت به B برابر است با:

$$\text{speed up} = \frac{\text{cpu time}_B}{\text{cpu time}_A} = \frac{2/3 I}{4I} = 1/6$$

۶۶- گزینه ۴ درست است.

اگر فرض کنیم تعداد دستورات I باشد:

$$\text{تعداد کلاک برای miss دستور} = I \times 0.5 \times 50 = 25I$$

$$\text{تعداد کلاک برای miss داده} = I \times 0.4 \times 0.15 \times 50 = 3I$$

$$\text{تعداد کلاک برای هر دو miss داده و دستور} = 25I + 3I = 28I$$

CPI با در نظر گرفتن miss ها برابر می‌شود با:

$$\text{CPI}_{\text{total}} = 5 + 28/5 = 10.6$$

$$S = \frac{I \times \text{CPI}_{\text{total}} \times T_{\text{clk}}}{I \times \text{CPI}_{\text{no-miss}} \times T_{\text{clk}}} = \frac{\text{CPI}_{\text{total}}}{\text{CPI}_{\text{no-miss}}} = \frac{10.6}{5} = 2.12$$

۶۷- گزینه ۱ درست است.

فرمت دستورات برای هر یک از هسته‌های تک آدرسی، دو آدرسی و سه آدرسی به صورت زیر است:

تک آدرسی	۶	۲۶		
دو آدرسی	۶	۶	۲۰	
سه آدرسی	۶	۶	۶	۱۴

حداکثر تعداد دستورات سه آدرسی برابر 2^{14} است و ماشین از نصف این مقدار استفاده می‌کند پس

$$n_3 = 2^{13}$$

تعداد دستورات سه آدرسی

حداکثر تعداد دستورات دو آدرسی برابر $2^6 \times (2^{13} - 2^{14})$ است و ماشین از نصف این تعداد استفاده می کند پس:

$$n_2 = (2^{14} - 2^{13}) \times 2^5 \text{ تعداد دستورات دو آدرسی}$$

حداکثر تعداد دستورات تک آدرسی برابر خواهد بود با:

$$n_1 = \left[\left(r^{14} - r^{13} \right) \times r^6 - \left(r^{14} - r^{13} \right) \times r^5 \right] \times r^6 = \left(r^{14} - r^{13} \right) \left(r^{12} - r^{11} \right)$$

۶۸- گزینه ۳ درست است.

در این استاندارد، مانتیس نرمال $1/M$ می‌باشد که ۱ ضمنی است و عدد به صورت $2^{E-bias} \times (1 + o/M) \times (-1)^S$ به دست می‌آید.
داریم:

$$-\textcircled{3}/\textcircled{3} = -11/\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\dots = -1/\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\textcircled{\bullet}\times \textcircled{7}^{+1} \Rightarrow \delta=1, E+\text{bias}=1+127=128$$

$$\text{SEM} = \underbrace{1 \text{ } 0000000}_{\text{S}} \underbrace{010011001100110011}_{\text{EM}}$$

$$\text{SEM} = (\text{C}\circ\mathfrak{A}\mathfrak{A}\mathfrak{A}\mathfrak{A}\mathfrak{A})_{\text{Hex}}$$

۶۹- گزینه ۲ درست است.

فیلد آدرس در حافظه نهان به صورت زیر است:

1 bit	4 bit	4 bit
tag	set	word

آدرس‌های مراجعه به دو دسته تقسیم می‌شوند. آدرس‌هایی که مجموعه set آن‌ها C است و آدرس‌هایی که set آن‌ها ۲ است.

	1FC Υ	Υ FC Υ	Υ EC Υ	Δ DC Υ	1FC Δ	Υ FC Δ	Υ BCC	Υ Δ C Υ
B $_0$	1F	1F	1F	1F	1F	1F	1F	1F
B $_1$	\downarrow	Υ F	Υ F	Υ F	Υ F	Υ F	Υ F	Υ F
B $_2$	\downarrow	\downarrow	Υ E	Υ E	Υ E	Υ E	Υ B	Υ B
B $_3$	\downarrow	\downarrow	\downarrow	Δ D	Δ D	Δ D	Δ D	Υ Δ
	miss	miss	miss	miss	hit	hit	miss	miss

	1FC3	1FCE	11CA	1FCA
B ₀	1F	1F	1F	1F
B ₁	2F	2F	2F	2F
B ₂	2B	2B	11	11
B ₃	30	30	30	30
	↓	↓	↓	↓
	miss	hit	miss	hit

E52.	A32.	E52F
↓	↓	↓
miss	miss	hit

تعداد hit ها برابر ۵ است.

۷۰- گزینه ۱ درست است.

فرآیند هنگام شروع وارد حالت آماده شده، سپس برای مقداردهی اولیه به حالت اجرا dispatch می‌گردد. برای هر فراخوانی سیستمی عملیات فرآیند در چرخه آماده، انتظار و اجرا ادامه خواهد یافت. در اینجا فراخوانی‌های سیستمی هنگام نوشتن cout صدا زده می‌شوند. یعنی ۳ تا در شروع () Run داریم. به علاوه دو تا در حلقه for که با توجه به ۳ دستور cout ($1 \leq i \leq 3$)، $3 \times 2 = 6$ ، فراخوانی سیستمی در اینجا خواهیم داشت. در پایان هم یک فراخوانی سیستمی Cout \ll endl داریم. در نتیجه در مجموع $3 + 6 + 1 = 10$ بار وارد حالت انتظار می‌گردد. و باید توجه کنیم که ۱۰ حالت بین انتظار، اجرا و حالت آماده مشترک است.

۷۱- گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} \text{تعداد ردیف جدول صفحه (PT)} &= 2^{16} \Rightarrow \text{ماکزیمم اندازه جدول صفحه} = 2^{16} \times 4 = 2^{18} \\ \text{اندازه هر ردیف جدول صفحه} &= 4 \text{ بایت} \\ \Rightarrow & 256 \text{ kB} \end{aligned}$$

۷۲- گزینه ۳ درست است.

در تبدیل آدرس منطقی به فیزیکی در قطعه‌بندی باید به کد زیر توجه کرد:

if $d < \text{Limit}$ Then
physical Address = Base + d
ELSE
Trap

همان‌طور که می‌دانیم الگوی آدرس منطقی در قطعه‌بندی دو بعدی و به صورت $(S\#, d)$ می‌باشد که $S\#$ به شماره مربوط اشاره می‌کند (در جدول صفحه) حال با توجه به آدرس منطقی $(3, 400)$ ، به شماره ۳ در جدول قطعه اشاره می‌کند بنابراین:

$$d = 400 < L = 580 \Rightarrow \text{physical Add} = 1327 + 400 = 1727$$

۷۳- گزینه ۲ درست است.

ابتدا ۱۴۳۳ را به مبنای ۲ می‌بریم و به دلیل این که صفحات ۵۱۲ بایتی‌اند بیت طول صفحه (جابه‌جایی) ۹ می‌باشد.

$$1433 = 2^{10} + 2^8 + 2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^0$$

$$1433 = \left(\frac{10}{p} \quad \frac{110011001}{d} \right)_2$$

با توجه به بیت‌های مشخص شده داریم $(110011001)_2 = 409$ شماره صفحه $p = (10)_2 = 2$ می‌باشد همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود صفحه ۲ در TLB بوده و در قاب ۱۰ حافظه یعنی آدرس $(10, 409)$ ذخیره می‌شود. زمان دسترسی $130 = 100 + 30$ نانو ثانیه خواهد بود و توجه گردد اگر صفحه مورد نظر در TLB نبود یک TLB miss رخ می‌داد و زمان دسترسی به آدرس ۱۴۳۳ برابر 230 ns می‌شد، اما به دلیل این که در این تست صفحه ۲ در TLB موجود است، پس گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

دفترچه دوم

دروس تخصصی معماری کامپیوتر (مدارهای الکتریکی، VLSI، الکترونیک دیجیتال، انتقال داده‌ها)

۷۴- گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{aligned} V_R(t) &= R i_s = i_s \\ V_L(t) &= L \frac{di_s}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_o(t) = V_R(t) + V_L(t) = i_s + L \frac{di_s}{dt}$$

$$t = 2s \rightarrow i_s = 2, \frac{di_s}{dt} = 0 \Rightarrow V_o(t = 2s) = 2$$

$$t = 4s \rightarrow i_s = 0, \frac{di_s}{dt} = -2 \Rightarrow V_o(t = 4s) = 0 - 8 = -8$$

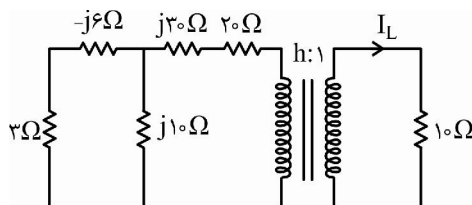
$$t = 6s \rightarrow i_s = 2, \frac{di_s}{dt} = 0 \Rightarrow V_o(t = 6s) = -2$$

۷۵- گزینه ۲ درست است.

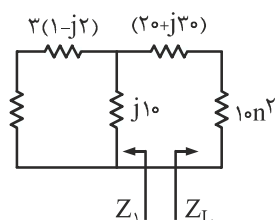
$$Z_L = \frac{|V_m|}{|I|} (\phi_V - \phi_I) = \frac{200}{2/5} (\phi_V - \phi_I) = 48 + j64$$

$$80 (\phi_V - \phi_I) = 80 \frac{53}{13} \Rightarrow \phi_V - \phi_I = 53 \rightarrow \cos(\phi_V - \phi_I) = 0.6$$

۷۶- گزینه ۲ درست است.



$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{n_1}{n_2}, \quad \begin{cases} I_2 = \left(-\frac{n_1}{n_2}\right) I_1 \\ I_L = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow I_L = I_1 + \frac{n_1}{n_2} I_1 = \frac{n_2 + n_1}{n_2} I_1$$

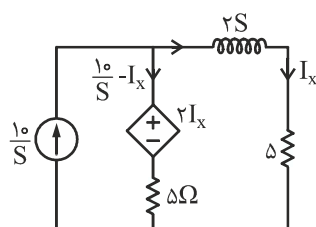
با فرض $n = \frac{n_1 + n_2}{n_2}$ و به کارگیری مدار معادل T داریم:

$$Z_1 = (3(1-j2)) \parallel j10 + (20+j30)$$

$$Z_1 = \frac{200(4+j3)}{25}$$

$$|Z_1| = Z_L \Rightarrow \sqrt{16+9} = 10n^2 \Rightarrow n = 2 = \frac{5+n_2}{n_2} \Rightarrow n_2 = 5$$

۷۷- گزینه ۱ درست است.



$$2I_x + 5\left(\frac{10}{s} - I_x\right) = (2s+5)I_x$$

$$I_x(2s+5-2+5) = \frac{50}{s} \Rightarrow I_x = \frac{25}{s(s+4)}$$

$$V_o = 5I_x = \frac{125}{s(s+4)}$$

۷۸- گزینه ۲ درست است.

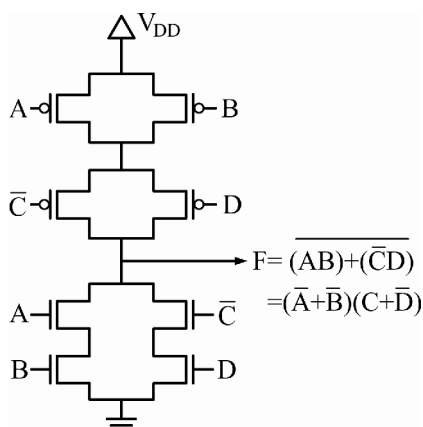
۷۹- گزینه ۴ درست است.

$$R = \left(\frac{18}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{6}\right) \approx 3.7R$$

دقت کنید که مساحت فلز خواسته شده است.

۸۰- گزینه ۳ درست است.

نمودار میله‌ای به صورت زیر می‌باشد:



۸۱- گزینه ۱ درست است.

برای کشف خرابی مورد نظر ابتدا باید اثر آنرا به خروجی منتقل کنیم که تنها ورودی‌های گزینه ۱ اثر خرابی را به خروجی منتقل می‌کنند. با این ورودی‌ها ما در خروجی انتظار داریم در حالی که چون C به یک چسبیده لذا در خروجی یک مشاهده می‌شود.

۸۲- گزینه ۱ درست است.

در این ترانزیستور $V_{GS} = V_{DS}$ و $V_{TH} > 0$ می باشد پس ترانزیستور در حالت اشباع قرار دارد. پس داریم:

$$I_D = \frac{k}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$\begin{cases} 8mA = \frac{k}{2} (6/5 - V_{TH})^2 \\ 2mA = \frac{k}{2} (4 - V_{TH})^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{از تقسیم دو رابطه}} \varphi = \left(\frac{6/5 - V_{TH}}{4 - V_{TH}} \right)^2 \Rightarrow V_{TH} = 1/5V$$

برای محاسبه k داریم:

$$8 = \frac{k}{2} (6/5 - 1/5)^2 \Rightarrow k = \frac{16}{25} = 0.64$$

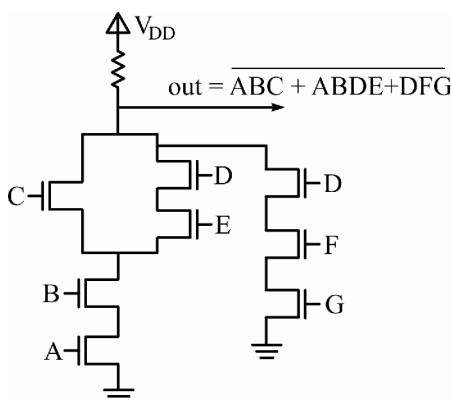
۸۳- گزینه ۳ درست است.

با توجه گزینه‌ها می توان دریافت که ورودی Low خروجی Low و ورودی high خروجی high، پس نیازی به بررسی عملکرد کل مدار نیست.

از آنجاکه ترانزیستور nmos منطق ۰ و ترانزیستور pmos منطق یک را به خوبی عبور می دهند لذا خروجی برابر ۵V، ۰V خواهد بود.

۸۴- گزینه ۱ درست است.

اگر شکل مدار را مرتب کنیم خواهیم داشت:

**۸۵- گزینه ۲ درست است.**

$$\tau_A = RC + (R+R)C + (R+R)C + (R+R+R)C + (R+R+R+R)C + RC + RC + RC = 15RC$$

۸۶- گزینه ۳ درست است.

در روش AMI دو قطبی صفر باینری با عدم سیگنال روی خط مشخص می شود و یک باینری با یک پالس مثبت یا منفی مشخص می شود. پالس های یک باینری به طور متناوب، پلاریته آنها عوض می شود.

۸۷- گزینه ۳ درست است.

روش stop & wait ARQ کارایی خوبی ندارد زیرا بعد از ارسال هر فریم فرستنده باید منتظر ack باشد و بعد از دریافت ack فریم بعدی را بفرستد و در روش selective reject برای k بیت فیلد شماره ترتیب ماکزیمم اندازه پنجره به 2^{k-1} محدود می شود.

روش selective reject برای پیوند ماهواره که تأخیر انتشار بالایی دارند مناسب است زیرا در صورت خرابی فریم تنها نیاز است فریم خراب ارسال شود و نیازی به ارسال فریم های بعدی نمی باشد.

به طور کلی برای یک فیلد k بیتی شماره ترتیب، شماره ترتیبها در محدوده ۰ تا $2^k - 1$ است و فریمها با باقیمانده 2^k شمارش می شوند.

۸۸- گزینه ۲ درست است.

$$G(x) = x^2 + x + 1 = 1101$$

با توجه به کد CRC داریم:

$$\begin{array}{r}
 101101000110001101 \\
 1101 \\
 \hline
 1100 \\
 1101 \\
 \hline
 1100 \\
 1101 \\
 \hline
 1011 \\
 1101 \\
 \hline
 1100 \\
 1101 \\
 \hline
 1100 \\
 1101 \\
 \hline
 010 \rightarrow R(x)
 \end{array}$$

پیام ارسالی = 1011010001100011010

۸۹- گزینه ۴ درست است.

با توجه به رابطه نایکوئیست داریم:

$$C = 2B \log_2^M$$

$$C = 2 \times 2 / 5 \times \log_2^4 = 14 \text{ Mbps}$$

دروس تخصصی نرم افزار (کامپایلر، زبان های برنامه سازی، طراحی الگوریتم، پایگاه داده)

۹۰- گزینه ۲ درست است.

کافی است نمودار انتقال (۱) LALR رسم شده و تعداد حالات (به تعبیری تعداد سطرهاى جدول تجزیه (۱) LALR) محاسبه شود. از طرفی از آنجائی که تعداد حالات نمودار انتقال (۱) SLR و (۱) LALR برای هر گرامر برابر است، راه سریع تر این است که نمودار انتقال (۱) SLR را رسم کنیم (و درگیر محاسبه Look ahead نشویم) و تعداد حالات را بدست آوریم.

۹۱- گزینه ۲ درست است.

گرامر G $LL(k)$ نیست. زبان این گرامر زبان منظم است و می دانیم که هر زبان منظم یک زبان $LL(1)$ است؛ پس گرامر $LL(1)$ معادل برای آن وجود دارد. از طرفی با ساخت نمودار انتقال (۱) SLR پی برده می شود که این گرامر (۱) SLR است.

۹۲- گزینه ۱ درست است.

کد میانی مربوطه در ادامه آمده است.

*, E, G, T

+, T, D, T

+, T, H, T

+, T, C, T

+, T, I, T

+, T, B, T

+, T, J, T

+, T, A, T

+, T, K, T

۹۳- گزینه ۱ درست است.

در این حالت پس از اجرای کد فضایی که P و Q به آن اشاره می کنند آزاد می شود لذا ارجاع معلق داریم.

۹۴- گزینه ۱ درست است.

در حالتی که مدیریت حافظه ایستا داریم دیگر استفاده از توابع بازگشتی مجاز نیست ولی این ربطی به static scope rule ندارد، این مسأله درباره copy rule هم صادق است در حالت copy rule به جای فراخوانی هر تابع بدنه آن کپی می شود.

۹۵- گزینه ۱ درست است.

زمانی که انقیاد دیپرس داریم، آنگاه نوع یک متغیر تا زمان اجرا ممکن است مشخص نباشد لذا برای مدیریت این امر باید کد اضافی تولید گردد.

به عنوان مثال در زبان ML، در قطعه کد $\text{fun area}(\text{length:int}, \text{width:int}) = \text{length} * \text{width}$ از آنجایی که length و width هر دو از نوع int هستند لذا مقدار خروجی نیز از نوع int در نظر گرفته می شود، که این همان استنتاج نوع (TYPE INFERENCE) می باشد. طبیعی است که این استنتاج کمک می کند تا نوع متغیرها در زمان ترجمه مشخص باشند لذا ما را به سمت early binding بودن سوق می دهد.

در زبان های تفسیری میل به این سمت است که تقیدها نزدیک به زمان اجرا باشد و این یعنی همان تفکر late binding.

۹۶- گزینه ۴ درست است.

در حالتی که ارجاع با نام است عبارت پاس داده شده عیناً باید در بدنه تکرار شود یعنی داریم:

```
Procedure F(A[p])
{
    int p;
    p = ۱;
    A[p] = A[p] + ۱;
    Write(A[p], A[۰]);
    if (A[p] < ۴)
        F(A[p]);
    else Write(A[p]);
}
```

برای بار دوم که F صدا می شود بدنه به صورت زیر خواهد بود:

```
Procedure F(A[A[p]])
{
    int p;
    p = ۱;
    A[A[p]] = A[A[p]] + ۱;
    Write(A[A[p]], A[۰]);
    if (A[A[p]] < ۴)
        F(A[A[p]]);
    else Write(A[A[p]]);
}
```

در خط سوم $A[A[p]]$ و یا $A[p]$ داریم ولی اگر دقت کنید p برابر ۱ شده است.

۹۷- گزینه ۲ درست است.

با لگاریتم گرفتن از دو تابع خواهیم داشت:

$$\log(f(n)) = \log(n^{\log n}) = \log n (\log n) = (\log n)^2$$

$$\log(g(n)) = \log(\log n)^n = n \cdot \log \log n$$

دقت کنید که تابع دوم دارای چند جمله ای n است، پس بزرگ تر از تابع اول است.

۹۸- گزینه ۳ درست است.

برای حل مسئله از تغییر متغیر استفاده می کنیم.

$$\left. \begin{aligned} T(n) &= 3T(\sqrt[n]{n}) + \log_5 n \\ n &= 5^k \Leftrightarrow k = \log_5 n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} T(5^k) &= 3T\left(5^{\frac{k}{3}}\right) + k \\ g(k) &= 3g\left(\frac{k}{3}\right) + k \end{aligned}$$

طبق قسمت دوم از قضیه اساسی:

$$\left. \begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 3 \\ f(k) &= k \end{aligned} \Rightarrow k^{\log_a b} = k^{\log_3 3} = k \right\} \Rightarrow g(k) \in \theta(k \cdot \log k) \Rightarrow T(n) \in \theta(\log n \cdot \log \log n)$$

۹۹- گزینه ۱ درست است.

در ضرب ماتریس‌ها برای داشتن کم‌ترین تعداد ضرب‌های عددی باید سعی کنیم که ابعاد بزرگ‌تر را کم‌تر در روال کل کار تاثیر دهیم. با بررسی حالات مختلف، می‌بینیم که ۵ حالت زیر را داریم که تعداد کل ضرب‌های موردنیاز در هر یک مشخص شده است:

$$\begin{aligned} (AB)(CD) &\rightarrow 24500 \\ A((AB)D) &\rightarrow 14500 \\ A(B(CD)) &\rightarrow 8625 \\ ((AB)C)D &\rightarrow 32500 \\ (A(BC))D &\rightarrow 19875 \end{aligned}$$

پس حالت $A(B(CD))$ کم‌ترین تعداد ضرب را نیاز دارد.

۱۰۰- گزینه ۱ درست است.

برای حل مسئله ابتدا یک مهره را انتخاب می‌کنیم. با n مقایسه پیچ متناظر با این مهره را می‌یابیم. در ضمن با این n مقایسه پیچ‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر نیز به دو دسته تقسیم می‌شوند. در مرحله بعد پیچ متناظر با این مهره را برای دسته‌بندی $n-1$ مهره بکار می‌بریم و مهره‌ها را نیز در دو دسته مجزا تقسیم می‌کنیم. با توجه به این مورد که برای هر مهره دقیقاً یک پیچ متناظر وجود دارد، پس مهره‌ها و پیچ‌های هر کدام از این دسته‌ها نیز با یکدیگر متناظر خواهند بود. پس رابطه بازگشتی این مسئله به صورت:

$$T(n) = T(\alpha) + T(n - \alpha) + 2n + 1 \Rightarrow T(n) = T(\alpha) + T(n - \alpha) + O(n)$$

با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف انتخاب اولین مهره بر طبق تحلیل الگوریتم Randomized Quick Sort تعداد مقایسه‌ها از درجه $O(n \cdot \log n)$ است.

۱۰۱- گزینه ۱ درست است.

پاسخ مسئله را می‌توان در قالب یک مسئله مرتب‌سازی در نظر گرفت. در واقع هر سوال مانند یک مقایسه بین دو عنصر است. چون گراف کامل است، پس برای هر سوال (مقایسه) پاسخ دقیق داریم.

در نتیجه با اعمال یک الگوریتم مرتب‌سازی مبتنی بر مقایسه می‌توان ترتیب توپولوژیک گراف را به دست آورد. یعنی پس از مرتب‌سازی رئوس گراف، عنصر ماکزیمم را به عنوان عنصر ابتدایی (Source) و عنصر مینیمم را به عنوان نهایی (Sink) ترتیب توپولوژیک در نظر می‌گیریم.

۱۰۲- گزینه ۲ درست است.

کلید اصلی جدول Z به عنوان کلید خارجی در جدول y و کلید اصلی جدول y به عنوان کلید خارجی در جدول x تعریف می‌شود. (لازم به ذکر است وقتی که فلش به سمت یک موجودیت (\rightarrow) کشیده شده است آن موجودیت در طرف یک ارتباط قرار گرفته و باید کلید اصلی آن جهت پیوند به عنوان کلید خارجی در موجودیت مقابلش تعریف شود و براین اساس جداول زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x(a, d, b) \\ y(b, e, c) &\rightarrow \text{گزینه ۲} \rightarrow \text{می‌باشد در هیچ‌کدام از جداول با هم نیامده است.} \\ z(c, f) \end{aligned}$$

۱۰۳- گزینه ۳ درست است.

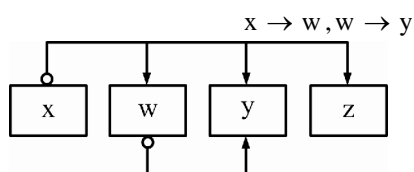
در دستور داده شده پراتز داخلی در واقع شماره پرسنلی کارمندی را می دهد که روی پروژه هایی در غیر شهر تهران کار کرده اند. پراتز بیرونی نام کارمندی را می دهد که شرط قبل در مورد آن ها صدق نمی کند، یعنی نام کارمندی که در پروژه های غیر شهر تهران کار نکرده اند. به عبارت بهتر می توان گفت: نام کارمندی را می دهد که فقط روی پروژه های شهر تهران کار کرده اند.

۱۰۴- گزینه ۳ درست است.

$$R(x, y, z, w)$$

$$FD = \{x \rightarrow w, x \rightarrow z, w \rightarrow y\}$$

$$F^+ = \left\{ x \rightarrow w, x \rightarrow z, \underbrace{x \rightarrow y}_{\uparrow}, w \rightarrow y \right\} = F_{opt}$$



$$X^+ = \{x, y, z, w\} \rightarrow \text{کلید کاندید X است}$$

$$W^+ = \{w, y\}$$

این رابطه در ۲NF است ولی به علت وجود وابستگی انتقالی در ۳NF نیست. بنابراین با نرمال سازی در سطح ۳NF رابطه ی R به دو رابطه R_1 و R_2 به شکل زیر تجزیه می شود:

$$R_1(\underline{x}, w, z)$$

$$R_2(\underline{w}, y)$$

۱۰۵- گزینه ۴ درست است.

$$R(X, Y, Z, W, P, Q)$$

$$FD = \{X \rightarrow Z, W \rightarrow P, Y \rightarrow W, Y \rightarrow Q\}$$

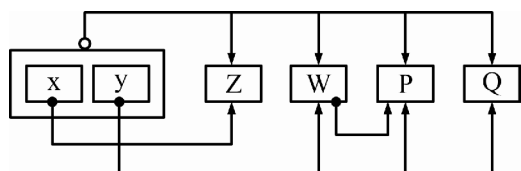
$$F^+ = \left\{ \begin{array}{l} X \rightarrow Z \\ W \rightarrow P \\ Y \rightarrow W, Y \rightarrow P, Y \rightarrow Q \end{array} \right\} = F_{opt}$$

$$x^+ = \{X, Z\}$$

$$w^+ = \{W, P\}$$

$$y^+ = \{Y, W, P, Q\} \Rightarrow xy^+ = \{X, Y, W, P, Q, Z\}$$

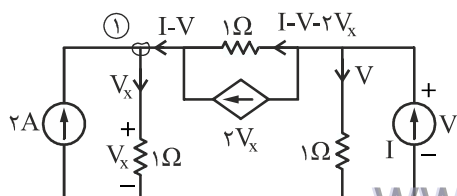
بنابراین xy کلید کاندید رابطه ی R بوده و نمودار وابستگی مطابق شکل زیر می شود:



با توجه به این که از کلید رابطه یعنی xy زیر مجموعه خارج شده است پس در ۲NF نیست و تنها در ۱NF قرار دارند.

دروس تخصصی هوش مصنوعی (مدارهای الکتریکی، طراحی الگوریتم ها، هوش مصنوعی)

۱۰۶- گزینه ۱ درست است.



$$(۱) \text{ KCL: } I - V + 2 = V_x$$

$$\text{KVL: } V = I - V - 2V_x + V_x = I - V - V_x = I - V - (I - V + 2)$$

$$V = I - V - I + V - 2 \Rightarrow V = -2 \rightarrow R_{th} = 0, \quad e_{oc} = -2V$$

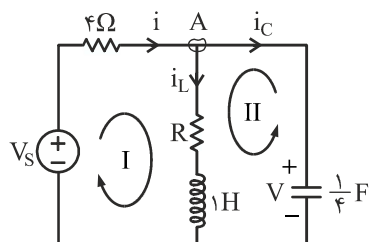
۱۰۷- گزینه ۴ درست است.

مدار این سوال یک وارون ساز است:

$$H(S) = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-Z_f}{Z_1} = \frac{-\left(10 \parallel \frac{20}{S}\right)}{4} = -\frac{5}{S+2}$$

$$S+2=0 \Rightarrow S=-2$$

۱۰۸- گزینه ۴ درست است.



$$\rightarrow \text{A گره KCL: } i = i_C + i_L \quad (1)$$

$$\text{I حلقه KVL: } V_s = 4i + V \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), i_C = \frac{1}{F} \frac{dV}{dt}} V_s = \frac{dV}{dt} + 4i_L + V \Rightarrow i_L = \frac{V_s - V - \frac{dV}{dt}}{4} \quad (3)$$

$$\text{II حلقه KVL: } V = Ri_L + \frac{di_L}{dt} \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(3), (4)} V = \frac{R}{4} \left(V_s - V - \frac{dV}{dt} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{dV_s}{dt} - \frac{dV}{dt} - \frac{d^2V}{dt^2} \right)$$

$$\rightarrow \frac{d^2V}{dt^2} + (R+1) \frac{dV}{dt} + (R+4)V = RV_s + \frac{dV_s}{dt}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مشخصه}} S^2 + (R+1)S + (R+4) = 0 \xrightarrow{\text{شرط بحرانی شدن مدار این است که } \Delta=0 \text{ باشد}} \Delta = (R+1)^2 - 4(R+4) = R^2 - 2R - 15 = 0 \Rightarrow (R-5)(R+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = -3 \\ R = 5 \end{cases}$$

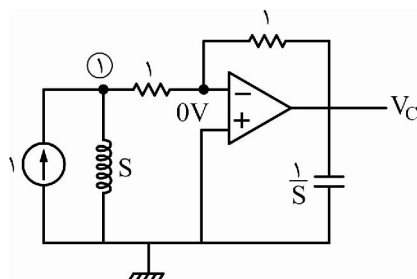
$$\Delta = (R+1)^2 - 4(R+4) = R^2 - 2R - 15 = 0 \Rightarrow (R-5)(R+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = -3 \\ R = 5 \end{cases}$$

$$R = -3: S^2 - 2S + 1 = (S-1)^2 = 0 \Rightarrow S_1 = S_2 = 1 \text{ غ ق ق}$$

$$R = 5: S^2 + 6S + 9 = (S+3)^2 = 0 \Rightarrow S_1 = S_2 = -3 \text{ ق ق ق}$$

$$\Rightarrow R = 5$$

۱۰۹- گزینه ۳ درست است.



$$\frac{0 - V_1}{1} + \frac{0 - V_C}{1} = 0 \Rightarrow V_1 = -V_C$$

$$\frac{V_1}{S} + \frac{V_1}{1} = 1 \Rightarrow V_1 = \frac{S}{S+1}$$

$$V_C = -\frac{S}{S+1} = -1 + \frac{1}{S+1} \rightarrow V_C(t) = -\delta(t) + e^{-t}(t).u(t)$$

۱۱۰- گزینه ۴ درست است.

این رابطه را نمی‌توان با قضیه اساسی حل کرد. زیرا مقایسه دو تابع $f(n) = \frac{n}{\log(n)}$ و $n^{\log 2} = n$ در هیچ کدام از سه دسته‌بندی قضیه

اساسی قرار نمی‌گیرد.

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \left(2T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{\frac{n}{2}}{\log \frac{n}{2}} \right) + \frac{n}{\log n} = 4T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n}{\log n - 1} + \frac{n}{\log n} \\
 &= 4 \left(2T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{\frac{n}{4}}{\log \frac{n}{4}} \right) + \frac{n}{\log(n)-1} + \frac{n}{\log n} \\
 &= 8T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n}{\log n - 2} + \frac{n}{\log n - 1} + \frac{n}{\log n} \\
 &= nT(1) + n \underbrace{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{\log n} \right)}_{\theta(\log(\log n))} \\
 &= \theta(n \cdot \log \log(n))
 \end{aligned}$$

۱۱۱- گزینه ۴ درست است.

با توجه به این که ضرایب جملات بازگشتی ثابت نیستند، برای استفاده از روش‌های معمول حل روابط بازگشتی به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 t_n &= 2\sqrt{n} t_{\sqrt{n}} + n \log n \\
 \frac{t_n}{n} &= \frac{2\sqrt{n} t_{\sqrt{n}}}{n} + \frac{n \log n}{n} \\
 \frac{t_n}{n} &= 2 \frac{t_{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}} + \log n \\
 g(n) &= 2g(\sqrt{n}) + \log n
 \end{aligned}$$

حال از تغییر متغیر $n = 2^k \Rightarrow k = \log n$ استفاده می‌کنیم.

$$g(2^k) = 2g\left(2^{\frac{k}{2}}\right) + k$$

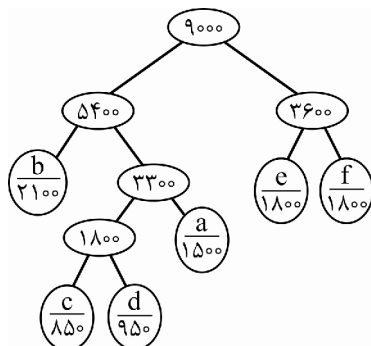
$$h(k) = 2h\left(\frac{k}{2}\right) + k \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=2 \\ b=2 \\ f(k)=k \end{array} \Rightarrow k^{\log_b a} = k \right\} \Rightarrow h(k) = \theta(k \cdot \log k)$$

$$\Rightarrow g(2^k) = \theta(k \cdot \log k) \Rightarrow g(n) = \theta(\log(n) \cdot \log \log(n))$$

$$t_n = g(n) \times n \Rightarrow t_n \in \theta(n \cdot \log n \cdot \log \log(n))$$

۱۱۲- گزینه ۳ درست است.

درخت هافمن برای این متن به صورت زیر خواهد بود:



هزینه کد هافمن را می‌توان از ضرب تعداد هر کاراکتر در طول کد آن کاراکتر حساب کرد. هم‌چنین می‌توان این هزینه را از مجموع اعداد داخل نودهای داخلی درخت نیز به دست آورد.

$$23100 = 1800 + 3600 + 3300 + 5400 + 9000$$

از طرفی برای ذخیره کردن این حروف با کدهای باینری به ۳ بیت برای هر حرف احتیاج است:

$$27000 = 3 \times 9000$$

پس میزان حافظه صرفه‌جویی شده برابر است با:

$$27000 - 23100 = 3900$$

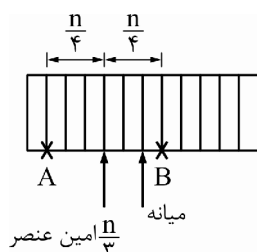
۱۱۳- گزینه ۳ درست است.

الف) چون آرایه مرتب است، پس با هزینه $O(1)$ میانه را یافته و با هزینه $O(k)$ مجموع k عنصر بعد از آنرا حساب می‌کنیم. در نتیجه هزینه‌های معادل $O(k)$ نیاز است.

ب) با استفاده از الگوریتم فلوید می‌توان با هزینه $O(V^3)$ وجود دور منفی در گراف را تشخیص داد.

۱۱۴- گزینه ۳ درست است.

بدترین حالت مرتب‌سازی سریع زمانی رخ می‌دهد که عنصر لولا بیش‌ترین فاصله را از میانه داشته باشد. در روش معرفی شده، عنصر لولا می‌تواند حداکثر در فاصله $\frac{n}{4}$ از عنصری که در محل $\frac{n}{3}$ لیست مرتب است، قرار گیرد. یعنی یکی از دو نقطه A و B که در شکل زیر مشخص شده است.



بدترین حالت زمانی رخ می‌دهد که عنصر لولا در نقطه A گیرد، پس از بین این دو نقطه، عنصر A را برای محاسبه بدترین حالت بر می‌گزینیم.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{12}\right) + T\left(\frac{11n}{12}\right) + O(n)$$

از طرفی چون عنصر میانه هم در بازه مورد نظر شامل می‌شود، پس احتمال انتخاب میانه به عنوان عنصر لولا وجود دارد. یعنی در بهترین حالت روش جدید می‌تواند از درجه $O(n \log n)$ باشد.

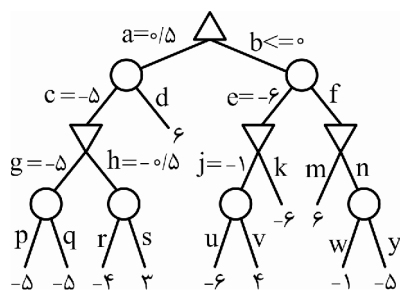
۱۱۵- گزینه ۳ درست است.

برای یافتن دور با طول زوج می‌توان از یک راس دلخواه جستجوی اول عرض انجام داد. در این صورت با بررسی یال‌های عقبگرد می‌توان وجود دور با طول زوج را بررسی کرد. یعنی اگر در درخت جستجوی حاصل از یک راسی موجود در عمق فرد به یک راس موجود در عمق زوج و یا از رئوس موجود در عمق زوج به رئوس واقع در عمق فرد یال عقبگردی داشته باشیم، به معنی وجود دور با طول زوج است.

۱۱۶- گزینه ۴ درست است.

همانطور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید، پس از بررسی شاخه a کمترین مقدار برای گره MAX برابر با ۵/۰ است. همچنین مشاهده می‌شود که مقدار شاخه e برابر با ۵- می‌شود بنابراین اگر در بهترین حالت مقدار شاخه f برابر با ۶ باشد، مقدار شاخه b برابر با

$$-\frac{6}{2} = 0$$



۱۱۷- گزینه ۲ درست است.

برای حل این مسأله باید از رابطه زیر استفاده نماییم:

$$P(A|C) = \frac{P(A)}{P(C)} P(C|A)$$

که البته در اینجا داریم:

$$P(C) = P(C, A, B) + P(C, \neg A, B) + P(C, A, \neg B) + P(C, \neg A, \neg B)$$

بنابراین داریم:

$$P(A|C) = \frac{P(A)}{P(C, A, B) + P(C, \neg A, B) + P(C, A, \neg B) + P(C, \neg A, \neg B)} P(C|A) =$$

$$\frac{P(A)(P(C|A, B) + P(C|A, \neg B))}{P(C|A, B)P(A)P(B) + P(C|\neg A, B)P(\neg A)P(B) + P(C|A, \neg B)P(A)P(\neg B) + P(C|\neg A, \neg B)P(\neg A)P(\neg B)} =$$

$$\frac{0/3 \times (0/5 + 0/1)}{0/5 \times 0/3 \times 0/6 + 0/2 \times 0/7 \times 0/6 + 0/1 \times 0/3 \times 0/4 + 0/2 \times 0/7 \times 0/4} \approx 0/74$$

۱۱۸- گزینه ۳ درست است.

روش "تپهنوردی با شروع مجدد تصادفی" با احتمال بسیار نزدیک به یک، یک روش کامل است ولی سه روش دیگر incomplete محسوب می‌شوند.

۱۱۹- گزینه ۱ درست است.

چراکه در اولین سطح فاکتور انشعاب برابر است با nd ، در دومین سطح برابر است با $(n-1)d$ و این روند کاهشی به تعداد n بار تکرار می‌شود. پس داریم:

$$\underbrace{nd \times (n-1)d \times (n-1)d \times \dots \times d}_{n \text{ times}} = n! d^n$$

نکته: این ایراد بسیار بزرگی است چراکه ما تنها d^n انتساب کامل داریم.

۱۲۰- گزینه ۲ درست است.

شکل صحیح گزینه ۲: الگوریتم‌های جستجوی محلی از "فرموله‌سازی حالت کامل" استفاده می‌کنند. باقی عبارت‌های ذکر شده صحیح هستند.

۱۲۱- گزینه ۱ درست است.

عبارت‌های b و d نادرست هستند و شکل صحیح آن‌ها را در زیر مشاهده می‌نمایید:

عبارت b : تابع اکتشافی "Set cover" یک تابع قابل قبول نیست و یافتن آن یک مسأله از نوع NP است.

عبارت d : برای برطرف کردن تناقض بین اعمال در برنامه‌ریزی POP باید از demotion یا promotion استفاده کنیم.